
DOSYDOSSONCUATRO
CUATROYDOSSONSEIS
SEISYDOSSONOCHOYOCHO
DIECISEIS

Evolución y enseñanza de las matemáticas

Por José Fernando Isaza

"Inicio esta historia por el final. En el tránsito del siglo XX, se reflexionaba sobre cuál fue o cuáles fueron los principales hitos que modificaron el conocimiento del mundo físico y el mundo matemático. Durante el siglo, se puede afirmar que se hizo más lejana la posibilidad de la certeza. Estos hitos condujeron a lo que se denomina la elusiva certidumbre".

El principio de incertidumbre impide que se conozca con precisión la posición y la velocidad de una partícula, rompiendo totalmente con la mecánica newtoniana. Otros resultados son 1a existencia de sistemas totalmente determinísticos pero no computables. La imposibilidad de computación no es consecuencia de la ausencia de herramientas analíticas o la falta de capacidad de procesamiento de esos sistemas en computadoras. Su estructura matemática demuestra que no son computables.

Aparece también, en el siglo XX, el concepto de las proposiciones indecidibles. Es decir, proposiciones que pueden ser ciertas pero cuya certeza es indemostrable. Otra consecuencia es la imposibilidad que tiene la matemática de demostrar que no es contradictoria. Después de estos resultados, hablar de la verdad matemática no tiene sentido.

Por supuesto, todos esos desarrollos, que son de la primera mitad del siglo XX, plantean una limitación real al conocimiento, que se puede obtener a través de los modelos matemáticos.

Hace algunos años, en una conversación con el profesor Llinás, le expuse esa inquietud: ¿Qué hubiera pasado si el desarrollo de los modelos físicos y el concepto matemático hubiera sido diferente, tal que no se hubiera llegado a estas limitaciones? Por supuesto es un pensamiento hipotético.

Apelando a la memoria, planteó el profesor Llinás: "Las matemáticas son muy recientes en la historia de la humanidad. Al impase que se llega con ese desarrollo del siglo XX es por la forma en que se construyó el edificio matemático. Pero, por supuesto, no es posible devolver la historia hacia atrás 5.000 años de construcción de un sistema de conocimiento es nada, comparado con el millón o más de años de la evolución del hombre sobre la tierra". Por supuesto, los platonistas no estarían de acuerdo con la anterior afirmación de que la matemática es una construcción del cerebro. Los platonistas expresan la idea de que la matemática está en el cosmos, y lo único que logra el cerebro humano es captarla y expresarla. A pesar de lo mítico de esa teoría, matemáticos de la talla de Hardy y Ramanujan, avalan la teoría platónica de que existe una matemática en el mundo y lo que se debe buscar es descubrirla. Que la mente no la inventa.

Los formalistas plantean otra idea. Las matemáticas son una creación del cerebro humano. Y esa creación se ajusta muy bien a la modelación de las ciencias naturales, lo que se denomina "la efectividad sin razón". La idea de los formalistas coincide con la hipótesis del Dr. Llinás: El conocimiento matemático es inventado por el hombre. A diferencia del lenguaje, que es evolutivo. Las teorías de Chomsky son muy claras: Los niños nacen con una estructura lingüística fruto de la evolución necesaria para la supervivencia del

"El punto es que la matemática no es evolutiva. La matemática es artificial. Existe en la parte evolutiva un cierto concepto de cantidad, un cierto concepto de volumen, necesarios para la supervivencia. Pero los conceptos de una matemática abstracta no son evolutivos".

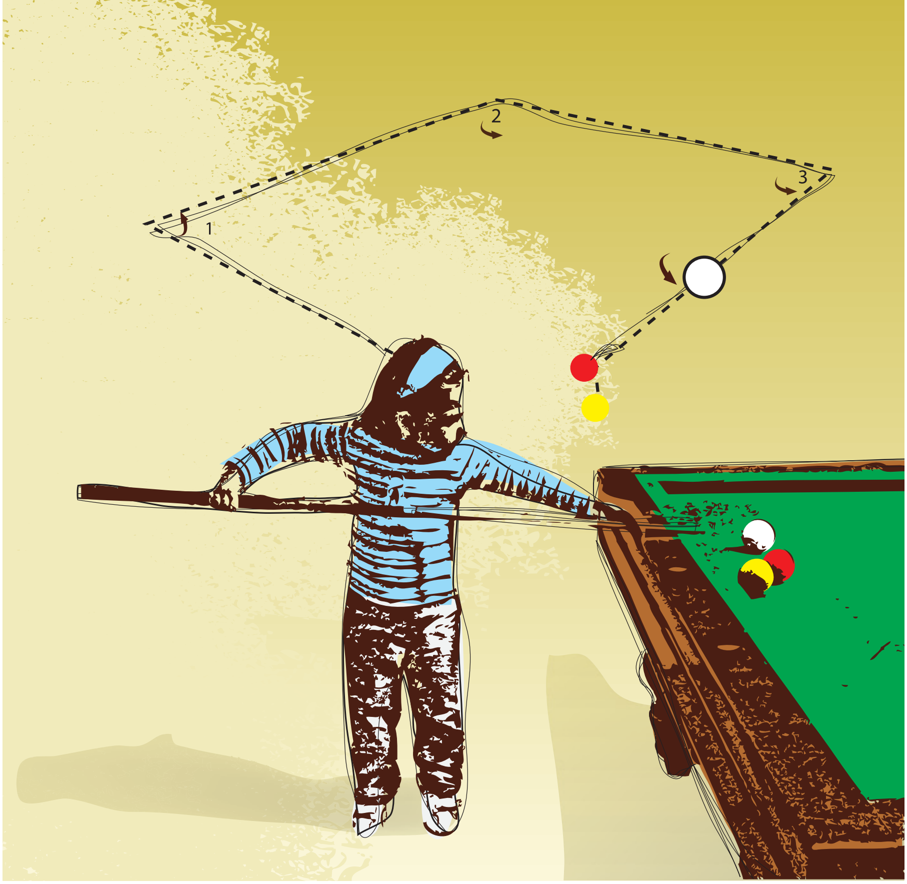
hombre. El punto es que la matemática no es evolutiva. La matemática es artificial. Existe en la parte evolutiva un cierto concepto de cantidad, un cierto concepto de volumen, necesarios para la supervivencia. Pero los conceptos de una matemática abstracta no son evolutivos. Simplificando puede hacerse la siguiente analogía: Si el cerebro es el hardware, éste viene dotado de un software lingüístico, pero no de uno matemático. Este debe ser construido.

Es casi imposible encontrar en cualquier país un periódico, una revista que no tenga un artículo sobre el fracaso de la enseñanza de las matemáticas. Se habla de las limitaciones en la baja formación matemática de los estudiantes de primaria, de secundaria. La hipótesis que voy esbozar, es que esta falencia se debe a que el sistema de enseñanza piensa que la matemática es evolutiva como el lenguaje y trata de enseñarla como éste, olvidando que es una creación del cerebro, creación que cada persona debe realizar.

Un niño de dos años comprende parte del lenguaje. A los 10 años, entiende cerca de 10.000 palabras y, más o menos, puede comunicar un 95% de su lenguaje materno. Muchos experimentos que se han hecho con los niños expresan conceptos como estos: “No puedo entender la matemática”. Pero casi nunca un niño expresa un concepto como: “No puedo entender el lenguaje” (David A. Sousa). Y sin embargo, el sistema educativo trata de asimilar los dos conceptos. Los bebés nacen con un cierto concepto de cantidad pero no de número. Pueden diferenciar, y hay experimentos bellísimos, cómo un bebé puede diferenciar el 1, 2 y 3, cómo puede entender que 3 menos 1 es diferente de 3, pero no logra manejar intuitivamente un sistema numérico que supere las decenas y las centenas.

El esbozo de concepto de número y cantidad en un recién nacido, y que se desarrolla por supuesto, no es mucho más avanzado del concepto de cantidad que tienen algunos animales. En experimentos con simios, se concluye que pueden diferenciar los números hasta 7 y 8.

En el momento en que los niños están aprendiendo las tablas de multiplicar con una compleja metodología, diseñada para mortificarlos a ellos y a sus padres. En ese período un niño está aprendiendo 10 palabras diarias nuevas sin ninguna dificultad. Las tablas de multiplicar no requieren aprender 100 números nuevos las uno y la del diez son casi intuitivas. No quedarían sino 64, las 2 al 8, y por la conmutativi-



dad sólo sería necesario aprender 32 números. Aprender 32 números se ha convertido en un proceso difícil y amargo y que deja a muchos tendidos en el camino.

¿Qué pasa? Como se cree que la matemática es evolutiva en el proceso de enseñar 32 números se recurre al mismo sistema del lenguaje. Es más sensato entender, que hay dificultades en el aprendizaje y adecuar los sistemas de enseñanza. Voy a poner dos ejemplos muy sencillos de la dificultad que hay para entender el concepto de número, pero no el de cantidad:

> *Hace unos 30 años aparecieron los relojes digitales, la sensación, la maravilla. Todo el mundo planteó que no sería necesario aprender a leer el reloj que es una cosa relativamente compleja. Con el reloj digital que marca las horas como"10:38", está resuelto el problema. Sin embargo, a los pocos años pasaron de moda y se volvió al sistema analógico. ¿Por qué? Porque el cerebro calcula, por ejemplo, fácilmente el tiempo que falta para una cita a las "10:30" y el reloj analógico marca las "10:00" ve lo que faltaba, pero si mira digitalmente no logra cuantificar rápidamente lo que falta para cumplir la cita. Se demuestra que es mejor volver a enseñar la lectura del reloj analógico.*

Lo mismo ocurrió con los velocímetros. Estuvieron de moda durante un tiempo. Mostrar en la pantalla 80 km/hora en números grandes, pasaron también de moda. Se encontró que el cerebro razonaba más rápido cuando veía una aguja marcando 80 y un rojo en 120, que cuando veía 80 y debía analizar lo que le falta para llegar a 120. Lo cual muestra que el concepto de número toca enseñarlo de forma totalmente diferente. Se dice, por ejemplo, que seguramente la persona sí viene con un software que le permite manejar la dinámica física. Porque si no, en la estepa no sabría si correr o subirse a un árbol para protegerse de un animal. Este software le permite en la ciudad evitar que lo atropelle un carro. Esta idea no parece ser cierta. Cuando una persona atraviesa una calle no está haciendo el cálculo de a qué velocidad va el carro, cuánto tiempo demora en frenar, cuál es el tiempo de reacción para frenar, a qué velocidad puede ir y cuál es el espacio a recorrer. Si así fuera la población urbana se habría extinguido.

El cerebro maneja un sistema totalmente diferente basado en experiencia e intuición. El algoritmo de modelo dinámico que maneja es totalmente diferente del algoritmo de modelo físico.

Hay un ejemplo interesante: Es posible demostrar que es imposible, con un modelo real físico-matemático, realizar una carambola a tres bandas. Este sistema es caótico y dependiente de condiciones iniciales. El modelo tendría que tomar en cuenta la presión del taco, la resistencia del aire, el rozamiento, la elasticidad del choque, etc. Lo cual hace el modelo no computable y sin embargo, hay carambolas a tres bandas. ¿Qué pasa? El sistema que maneja el billarista profesional no es el modelo de choque que maneja un físico. Por eso, contrario al mito popular, los físicos no necesariamente son buenos billaristas. Cuando lo son es porque practican y tienen habilidades, no porque sean buenos físicos.

“En el momento, los niños están aprendiendo las tablas de multiplicar con una compleja metodología diseñada para mortificarlos a ellos y a sus padres. En ese período un niño está aprendiendo 10 palabras diarias nuevas, sin ninguna dificultad”.

El asumir que las matemáticas son evolutivas ha conducido a los peores errores y fracasos en su enseñanza. Uno de los grandes psicólogos, Piaget, seguramente con la mejor intención, plantea que los niños desarrollaban el concepto de estructuras matemáticas, y la enseñanza debía partir de lo general a lo particular. La actividad de Piaget se desarrolló a tiempo con la creación y consolidación de la escuela matemática Bourbaki, los formalistas, el rigor. Voy a leer algunas de las frases del seminario de las enseñanzas de las matemáticas organizado por Piaget, en el cual participaron los más grandes matemáticos de la escuela Bourbaki de la época: “El objeto de la enseñanza de las matemáticas será siempre alcanzar el rigor lógico, lo mismo que la comprensión de un formalismo suficiente”. Está hablando para la enseñanza de las matemáticas escolares. “Si el edificio de las matemáticas reposa sobre las estructuras que corresponden, por otra parte, a estructuras de la inteligencia, es necesario buscar la didáctica de las matemáticas en la organización progresiva de estas estructuras operativas”. Por supuesto hablan de las estructuras operativas: el grupo, el anillo, el campo, la red, las estructuras topológicas.

Por ejemplo, Poincaré, uno de los grandes matemáticos del siglo XX, decía que el concepto de grupo es genético y aparece antes del primer año de vida. No es de extrañar que nos quejemos del problema de enseñanza de las matemáticas. Premiaban el sistema deductivo general sobre el inductivo particular. Piaget por ejemplo decía “que a los 6 y 8 años el concepto de número entero, de rectas euclidianas y de rectas proyectivas era entendible y era innato en un niño de 6 a 8 años”. Creo que no más de 2% de los asistentes a esta conferencia puede afirmar que cuando tenían 6 a 8 años podían conocer el concepto de recta proyectiva. Según Piaget no debería explicar este concepto porque es innato, les recuerdo lo que ustedes sabían a los 6 años. La recta proyectiva es simplemente la recta euclidiana en que más infinito y menos infinito se unen y es isomorfa a la esfera de dimensión uno a que condujo esa pasión por el “rigor” que debían aprender los niños. Llevó a que muy pocos estudiantes quisieran estudiar matemáticas.

“El asumir que las matemáticas son evolutivas ha conducido a los peores errores y fracasos en su enseñanza”.

Afortunadamente se producen reacciones. Un precursor fue Morris Klein, un excelente matemático que escribió varios libros, uno de los cuales trata sobre enseñanzas y al que le puso un título políticamente correcto y otro

no tan políticamente correcto. El políticamente correcto es *¿Por qué Juanito no sabe sumar?*. El otro es *El fracaso de la matemática moderna*. Es bueno aclarar que se refería al fracaso de su enseñanza, no al de sus conceptos. El libro es una crítica sustentada a todo lo que se está haciendo para frustrar las generaciones de niños y no permitirles un conocimiento matemático que les permita sobrevivir en la vida.

Voy a dar los siguientes números: En Colombia, de cada 1.000 niños que entran a primaria, 240 entran a la educación superior. Y de cada 1.000 jóvenes que entran a la educación superior, 2.2 estudian matemáticas y 1.5 física. Es decir, de cada 1.000 niños que entran a primaria, menos del 1 por mil se orientan hacia la matemática o física profesional. Y los programas de bachillerato diseñados por matemáticos parece que sólo piensan en ese menos del 1 por mil, dejando muertos y heridos en esa "batalla por el rigor". Es como pensar que, si un niño no va a ser campeón olímpico o no va a batir el record de los 9.74 segundos en los 100 metros planos, no tiene derecho a aprender a caminar. O definir que quien no va a ser un concertista de guitarra clásica no puede aprender a tocar guitarra para animar y animarse en una fiesta.

José Fernando Isaza es ingeniero electricista, con Grado “Summa Cum Laude”, de la Universidad Nacional de Colombia, y licenciado en Matemáticas Puras de la misma Institución. Es Magíster en Matemáticas Puras de la Universidad de Strasbourg (Francia) y tiene Maestría en Física Teórica, con "Tesis Meritoria", de la Universidad Nacional de Colombia. Obtuvo el Premio Darío Rozo de la Sociedad Colombiana de Física y el Premio a la Divulgación Científica de la Universidad del Valle, y actualmente ejerce como Rector de la Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano.